ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ И УПРАВЛЕНИЯ
Нелинейные динамические системы

Вып. 46 Межвузовский сборник научных трудов 2014

УДК 519.7

Ф.М. Кулаков, Г.В. Алферов, О.А. Малафеев
Санкт-Петербургский государственный университет

Россия, 198504, Санкт-Петербург, Петергоф,
Университетский пр., 35
kufelix@yandex.ru, alferovgv@gmail.com,
malafeyevoa@mail.ru

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ИСПОЛНИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ

Предлагается математическое описание кинематики исполнительной системы манипуляционных роботов с целью силомоментного управления роботами, основанного на использовании в качестве сигналов обратной связи упругих деформаций гибких элементов манипулятора.

Ключевые слова: кинематические модели; силомоментное управление; управляемое движение; упругие деформации; космические роботы.

Введение

Силомоментное управление или управление податливым движением направлено на решение проблем использования роботов для автоматизации сборочных операций, операций шлифовки и других, требующих взаимодействия робота с механическими "связанными" предметами. Это направление активно развивается последние 30–40 лет [1–10]. Математическое моделирование с помощью аппарата и методов нелинейных динамических систем широко используется при исследовании и анализе разнообразных процессов в самых разных отраслях науки и техники [11–14]. Однако предлагаемые методы пока не позволяют построить системы силомоментного управления с достаточно хорошими динамическими свойствами, что снижает производительность робота. Кроме того, эти методы плохо работают в случае использования манипуляторов с гибкими элементами, в частности, с гибкими звеньями, что характерно для космических роботов-манипуляторов или с гибкими трансмиссиями для передачи движения от приводных двигателей к суставам манипулятора. В данной работе строятся и исследуются математические модели для манипуляторов с упругими элементами в шарнирных сочленениях. Предлагаемые модели применимы к любым манипуляционным роботам, которые имеют заметную упругую податливость в суставах. Они применимы и к манипуляторам, имеющим гибкие звенья. В статье также описан подход к формированию сигналов обратной связи, т.е. к измерению упругих деформаций гибких элементов манипулятора, в том числе его звеньев. Описываемый в статье метод впервые был предложен в [6] и развит в [7–8]. Настоящая работа представляет некоторые дальнейшие результаты исследований в этом направлении.

Кинематическая модель манипулятора

Текущее положение манипулятора, снабженного управляемыми приводами, например электродвигателями постоянного тока, определяется суставными координатами $\tilde{g}_i (i = 1,2...,n)$. Они являются углами поворота или линейного смещения одного i-звена, относительно $(i-1)$-го звена. Эти координаты можно объединить в n-мерный вектор суставных координат $\tilde{g} = (\tilde{g}_1, \tilde{g}_2, ..., \tilde{g}_n)^*$.

Изменение суставных координат осуществляется с помощью приводов, текущее состояние которых определяется n-мерным вектором координат приводов $d = (d_1, d_2, ..., d_n)$. Его

[*] Здесь и в дальнейшем будем использовать строчное обозначение вектор-столбца

компонентами являются углы поворота валов электродвигателей. Связь между этими векторами представляется соотношением:

$$\tilde{g} = g + \tau \,,\; g = P(d)\,, \tag{1}$$

где $g = (g_1, g_2, ..., g_n) = P(d)$ – n-мерный вектор приведенных к суставам углов поворота валов двигателей приводов, $\tau = (\tau_1, \tau_2, ..., \tau_n)$ – n-мерный вектор упругих деформаций редукторов, $P(d)$ – n-мерная вектор-функция редукционных преобразований.

Основная часть упругих деформаций редукторов приходится на их выходные валы или другие элементы, напрямую связанных с суставами. Так как редукторы являются понижающими, то деформирующие моменты или силы на их выходных элементах значительно выше, чем на входных и промежуточных и именно они определяют величину τ. В общем случае будем считать, что звенья манипулятора являются упруго деформируемыми, т.е. гибкими. Чтобы учесть это в моделях, будем использовать метод конечных элементов, т.е. аппроксимировать каждое из звеньев цепочкой из k твердых тел, которые соединены друг с другом упругими элементами нулевых размеров и нулевой массы, характеризуемыми только симметрическими положительно определенными (6×6) матрицами жесткости и вязкого трения. Причем упругая деформация каждого звена определяется координатами $l_1, l_2, ..., l_{6\times k}$, являющимися величинами упругих деформаций всех k упругих элементов, аппроксимирующих звено. А деформация всех n звеньев определяется координатами всех $(6 \times k \times n)$ упругих элементов аппроксимирующих эти звенья и объединенных в вектор $l = (l_1, l_2, ..., l_{6\times k\times n})$. В случае, если робот-манипулятор предназначался для работы с предметами, имеющими связи, что особенно характерно при выполнении сборочных операций, то при традиционном подходе в запястье манипулятора устанавливался силомоментный сенсор для измерения контактных сил и моментов реакций, необходимых для использования в законе управления. Упругие деформации несущей конструкции сенсора, связанной со схватом относительно его основания, объединённого с последним звеном манипулятора, являются шестью запястными координатами, образующими вектор $w=(w_1,w_2,w_3,w_4,w_5,w_6)$.

Таким образом, текущее состояние манипулятора характеризуется вектором $(\tilde{g},d,g,\tau,l,w)$. Однако, поскольку n-мерные векторы $\tilde{g},g,\tau,d$ связаны уравнениями (1), то для описания текущего состояния манипулятора достаточно использовать два из этих векторов, например, g и τ. Тогда вместо вектора $(\tilde{g},d,g,\tau,l,w)$ будем использовать вектор состояния манипулятора $q=(g,\tau,l,w)=(g,e)$, где $e=(\tau,l,w)$ – вектор упругих деформаций всех гибких элементов манипулятора. Размерность вектора q равна $n+m$, размерность e равна m; $m=n+6\times k\times n+6$.

Связи, наложенные на перемещаемые жестко захваченные схватом манипулятора объекты, описываются r алгебраическими уравнениями $(r\le 6)$:

$$M(X)=0;\ X=(y_1,y_2,y_3,\theta_1,\theta_2,\theta_3)=L(g,e), \qquad (2)$$

где X – 6-мерный вектор положения схвата, определяющий координаты y_1,y_2,y_3 положения его характеристической точки в неподвижной системе координат и Эйлеровы углы $\theta_1,\theta_2,\theta_3$ поворота координатной системы схвата относительно неподвижной системы координат.

Уравнения (2) можно трансформировать в систему

$$Q(g,e)=M[L(g,e)]=0, \qquad (3)$$

связывающую координаты вектора состояния $q=(g,e)$. Система (3) является системой r уравнений голономных связей механизма. Эта система, в принципе, позволяет в явном виде представить r компонент вектора, объединенных в вектор g^r в функции остальных $n-r+m$ независимых координат вектора $q=(g,e)$

$$g^r=\Phi(g^{n-r},e)=\Phi(\bar{q}), \qquad (4)$$

где $g^{(n-r)}$ – $(n-r)$-вектор, составленный из $(n-r)$ компонент вектора g, не вошедших в g^r, $\overline{q}=(g^{n-r},e)$ – $(n-r+m)$-вектор независимых обобщённых координат.

С помощью (4) вектор состояния q может быть выражен через $\overline{q}$. Действительно, не нарушая общности рассмотрения, можно объединить все зависимые компоненты вектора g в группу g^r и сделать так, чтобы она предшествовала группе независимых компонент этого вектора $g^{(n-r)}$. Тогда вектор q можно выразить через $\overline{q}$ следующим образом:

$$q=(g^r,g^{n-r},e)=(\Phi(\overline{q}),\overline{q})\,. \tag{5}$$

Дифференциальная форма уравнений связи имеет вид:

$$\frac{\partial M}{\partial X}\dot{X}=0\,, \tag{6}$$

где $\dfrac{\partial M}{\partial X}$ – $(r\times 6)$ матрица связей ранга r;

$$\dot{X}=(\dot{y}_1,\dot{y}_2,\dot{y}_3,\dot{\theta}_1,\dot{\theta}_2,\dot{\theta}_3)=(\dot{y},\dot{\theta})\,. \tag{7}$$

Более удобно в (6) вместо вектора $\dot{X}$ использовать вектор $\dot{x}=(v,\omega)$ линейной и угловой скоростей схвата в системе координат схвата [2]:

$$v=\alpha\dot{y}\,,\ \omega=\alpha\widetilde{\omega}=\alpha\gamma\dot{\theta}\,, \tag{8}$$

где $\alpha=\alpha(g,e)$ – (3×3)-матрица направляющих косинусов, определяющая поворот системы координат схвата относительно неподвижной системы координат; $\widetilde{\omega}=\gamma\dot{\theta}$ – вектор угловой скорости схвата в неподвижной системе координат; γ – (3×3)-матрица связи между $\widetilde{\omega}$ и $\dot{\theta}$, структура которой зависит от выбора типа используемых углов Эйлера.

Из (7), (8) следует, что $\dot{x}=(v,\omega)=\beta X$, где $\beta=\begin{Vmatrix}\alpha & 0\\ 0 & \gamma\alpha\end{Vmatrix}$.

Тогда (6) примет вид:

$$\mathrm{K}_{\beta}\dot{x}=0\,, \tag{9}$$

где $K_\beta = \dfrac{\partial M}{\partial X}\beta^{-1}$, а в нормализованной форме уравнения связи представляются в виде

$$\hat{n}\dot{x} = 0, \tag{10}$$

где $\hat{n} = R^{-1}K_\beta$ $(r \times 6)$ – нормализованная матрица связей; $R = \{R_1, R_2, ..., R_r\}$ – диагональная $(r \times r)$ матрица.

Вектор $\dot{x}$ линейных и угловых скоростей схвата

$$\dot{x} = \dot{x}_r + \dot{x}_e \tag{11}$$

является суммой двух слагаемых.

Первое – вектор скорости перемещения схвата, порождаемый вектором $\dot{g}$ приведенных к суставам скоростей вращения валов приводов

$$\dot{x}_r = J\dot{g}, \tag{12}$$

где $J = \dfrac{\partial x}{\partial g}$ – $(6 \times n)$ матрица Якоби.

Второе – вектор, скорости перемещения схвата, порождаемый вектором $\dot{e}$ скоростей деформаций упругих элементов манипулятора: редуктора τ, звеньев l, запястья w

$$\dot{x}_e = J_e\dot{e} = J_\tau\dot{\tau} + J_l\dot{l} + J_w\dot{w}, \tag{13}$$

$J_e = \dfrac{\partial x}{\partial e}$; $J_\tau = \dfrac{\partial x}{\partial \tau}$; $J_l = \dfrac{\partial x}{\partial l}$ и $J_w = \dfrac{\partial x}{\partial w}$ – матрицы Якоби размеров $(6 \times m)$; $(6 \times n)$; $6 \times (6 \times k \times n)$ и 6×6, соответственно.

С учетом (11–13) система уравнений (10) примет вид:

$$\hat{n}J\dot{g} + \hat{n}J_e\dot{e} = S\dot{q} = S_I\dot{q}^r + S_{II}\dot{\bar{q}} = 0, \tag{14}$$

$$S = \hat{n}\left(J \mid J_e\right) = \hat{n}\left(J \mid J_\tau \mid J_l \mid J_w\right), \tag{15}$$

$S_I = \left(\hat{n}J\right)_{r\times r}$ и $S_{II} = \left(\hat{n}J_e\right)_{r\times(n-r+m)}$ – $r \times r$ и $r \times (n - r + m)$ блоки матрицы S. Из выражения (14) следует: $\dot{q}^r = -S_I^{\ -1}S_{II}\dot{\bar{q}}$, и, следовательно, вектор скорости изменения состояния манипулятора $\dot{q} = (\dot{q}^r, \dot{\bar{q}})$ выражается через вектор скорости изменения независимых обобщённых координат $\bar{q}$ как

$$\dot{q} = (\dot{q}^r, \dot{\bar{q}}) = W\dot{\bar{q}}, \tag{16}$$

$$W = \begin{bmatrix} -S_I^{-1} S_{II} \\ \hdashline I \end{bmatrix},$$

где $W = (n+m)\times(n-r+m)$ – матрица ранга $(n-r+m)$, $I = (n-r+m)\times(n-r+m)$ – единичная матрица.

Продифференцировав левую и правую части (16), получим для $\ddot{q}$:

$$\ddot{q} = W\ddot{\bar{q}} + \dot{W}\dot{\bar{q}} . \qquad (17)$$

Приведенные выше уравнения (3–17) являются кинематической моделью манипулятора, перемещающего механически "связанный" объект.

Библиографический список

1. *Siciliano B., Sciavicco L., Villani L., Oriolo G.* Robotics: Modeling, Planning and Control. London: Springer, 2009.

2. *Гориневский Л.М., Формальский А.М., Шнейдер А.Ю.* Управление манипуляционными системами на основе информации об условиях. М.: Физматлит, 1994.

3. *Кулаков Ф.М.* Супервизорное управление манипуляционными роботами. М.: Наука, 1980. 447 с.

4. *Алфёров Г.В., Кулаков Ф.М., Неокесарийский В.Н.* Кинематические и динамические модели исполнительной системы робота: уч. пособие. Л.: Изд-во ЛГУ, 1983. С. 80.

5. *Kulakov F.M.* Methods of Force and Position Adaption of Assembly Robots // Proc. IV Int. Simpos. Foundations of Robotics, November 26–30. Holzhau, Germany, 1990.

6. *Kulakov F.M.* New Aspects of Robot Force/Torque Control // Proc. of Intern. Conf. on CAD/CAM, Robotics and Factories of the Futures. Vol. 2. St. Petersburg, Russia. 1993.

7. *Кулаков Ф.М.* Робастное управление движением роботов с гибкими элементами // Изв. РАН. ТиСУ. 2000. № 4. С. 176–185.

8. *Кулаков Ф.М.* Технология погружения виртуального объекта в реальный мир // Информационные технологии. Приложение. 2004. № 10.

9. *Кулаков Ф.М., Алфёров Г.В.* Математические модели гибкого робота // Проблемы механики и управления. Нелинейные динамические системы. Пермь, 1995. Вып. 29. С. 92–97.

10. *Алфёров Г.В.* К расчёту динамической модели манипуляционных роботов // Проблемы механики и управления. Нелинейные динамические системы. Пермь, 1996. Вып. 28. С. 6–13.

11. *Малафеев О.А., Соснина В.В.* Модель управления процессом кооперативного трехагентного взаимодействия // Проблемы механики и управления. Нелинейные динамические системы. 2007. Вып. 39. С. 131–144.

12. *Кулаков Ф.М., Шмыров А.С., Шиманчук Д.В.* Управление космическим роботом с использованием неустойчивой точки либрации // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 7. С. 23–28.

13. *Малафеев О.А.* Управляемые конфликтные системы. СПб.: СПбГУ, 2000.

14. *Kolokoltsov V.N., Malafeyev O.A.* Understanding game theory. New Jersey, 2010.